

## **SOMMAIRE**

### **1 RESUME**

### **2 L'ENERGIE CINETIQUE**

2.1 INTRODUCTION

2.2 CALCUL DU RAPPORT  $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$

2.3 CALCUL DE L'ENERGIE CINETIQUE EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

### **3 L'ENERGIE TOTALE**

CALCUL DE L'ENERGIE TOTALE EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

### **4 LA QUANTITE DE MOUVEMENT**

CALCUL DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

### **5 COMMENTAIRES CONCERNANT LES DIFFERENTES MASSES**

### **6 APPLICATIONS**

6.1 RAPPELS

6.2 CAS DE LA MECANIQUE CLASSIQUE

6.3 CAS DE LA MECANIQUE RELATIVISTE

6.4 CAS DE LA MECANIQUE QUANTIQUE

6.4.1 CALCUL DES VITESSES PROCHES DE LA VITESSE LIMITE C

6.4.2 CALCUL DE LA VITESSE DE FUITE DES GALAXIES

### **7 CONCLUSIONS**

## 1 RESUME

La mécanique relativiste nous permet de calculer l'énergie d'une masse en fonction de la vitesse limite  $C$ . Exprimée en fonction de la vitesse relativiste  $V$ , la nouvelle équation paramétrique que je propose met en évidence une décroissance de la masse en fonction de l'énergie cinétique. Cette particularité nous contraint à séparer la masse pesante et les masses inertes, ces variables ayant des propriétés physiques différentes.

Pour des vitesses relativistes proches de zéro ou de la limite  $C$ , après élimination des énergies présentes à l'état de trace nous retrouvons les équations des mécaniques classique et quantique. Dans tous les cas (classique, relativiste et quantique) la nouvelle équation paramétrique offre la possibilité de calculer avec précision la vitesse relativiste et les nouvelles masses (pesante et inerte).

Si  $V$  tend vers  $C$  la masse pesante tend vers zéro et la masse perdue tend vers  $m_0$  avec une énergie très proche de  $m_0 c^2$ . La masse au repos a une énergie égale à zéro.

Dans le cas particulier de la mécanique quantique, la nouvelle équation met en évidence l'aspect corpusculaire des photons et nous permet d'avoir une approche précise de leurs vitesses relativistes ce qui nous conduit à calculer la vitesse de récession des galaxies en utilisant l'équation d'addition des vitesses relativistes. Les résultats obtenus sont confirmés par la méthode classique DOPPLER – FIZEAU.

## 2 L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

### 2 1 INTRODUCTION

L'énergie cinétique ( $E_c$ ), la masse au repos ( $m_0$ ) et la vitesse ( $v$ ) sont liées entre elles par des relations mathématiques faisant partie des mécaniques classique, relativiste et quantique.

En mécanique classique la relation s'écrit :  $E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2$  (1). Cette équation concerne les vitesses lentes par rapport à la vitesse limite ( $c$ )  $c = 2.997925 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$

La mécanique relativiste tient compte de la vitesse limite ( $c$ ) et s'exprime par

la relation  $E_c = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2$  (2) avec  $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$

L'énergie totale  $E_t = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  (3)

La mécanique quantique concerne plus particulièrement le rayonnement électromagnétique. La vitesse est fixée à la valeur limite ( $c$ ) et l'énergie est calculée par la relation  $E = h\nu$  (4),  $h$  représentant la constante de Planck et  $\nu$  la fréquence du rayon lumineux

L'objectif de mes travaux est de rechercher une équation commune à ces trois théories.

*La résolution de ce problème nécessite un choix entre opter pour une nouvelle théorie ou prendre comme référence les relations (1),(2),(3) et (4). Cette dernière option me semble plus sûre, ces 4 équations étant vérifiées par l'expérience.*

Dans ces relations l'énergie est calculée en fonction de la vitesse qui est selon le cas  $\mathbf{v}$ ,  $\frac{v}{c}$  ou  $\mathbf{c}$ .

L'équation recherchée devra impérativement être exprimée en fonction d'un

seul paramètre qui sera la vitesse relativiste  $\frac{v}{c}$  la mécanique relativiste est la seule théorie

qui prend en compte ce rapport, la solution à notre problème se trouvera par conséquent

dans l'équation :  $E_t = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  (3) avec  $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$

Le développement en série de la relation  $E_t = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  s'écrit :

$$E_t = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \frac{5}{16} m_0 \frac{v^6}{c^4} + \dots$$

Ou encore :

$$E_t = \frac{1}{2} m_0 v^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} + \frac{5}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right)$$

On notera que pour des vitesses  $\mathbf{v}$  très petites par rapport  $\mathbf{c}$  nous retrouvons l'équation de

La mécanique classique :  $E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2$ . C'est une information très intéressante mais

insuffisante, les équations relativistes (2) et (3) ont en effet l'inconvénient d'être formulées

en fonction de la vitesse limite  $\mathbf{c}$ . L'idéal serait de les formuler en fonction de la vitesse

relativiste  $\mathbf{v}$ , c'est l'objectif de cette étude qui par conséquent débutera par le calcul de  $\beta^2$

Dans cette étude nous allons nous placer dans un référentiel galiléen

et nous conformer au premier postulat de la relativité restreinte « les lois de la mécanique

restent vraies dans les systèmes inertiels animés d'un mouvement rectiligne uniforme les

uns par rapport aux autres »

## 2 2 CALCUL DU RAPPORT $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$

Ce calcul peut être réalisé en utilisant la relation bien connue :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (5) \quad (\text{facteur de LORENTZ})$$

La relation (3) peut s'écrire :

$$E_c + m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{m_0 c^2 + E_c}{m_0 c^2}$$

$$\gamma = \frac{E_c}{m_0 c^2} + 1 \quad (6)$$

En élevant au carré l'équation (5) nous obtenons :

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$$

D'où on tire :

$$\beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}$$

Ce calcul peut être plus rapide en utilisant un nouveau paramètre qui apparaît dans

l'équation (6) il s'agit du rapport  $\frac{E_c}{m_0 c^2}$  ce rapport de deux énergies que nous appellerons

$n$  est un nombre sans dimension c'est un nombre réel supérieur à zéro pour  $n = 0$ , l'énergie cinétique  $E_c$  est nulle

Nous pouvons par conséquent écrire :  $\frac{E_c}{m_0 c^2} = n$  ou encore :

$$E_c = n m_0 c^2 \quad (7)$$

L'équation (2) peut donc s'écrire :

$$E_c = n m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2$$

en divisant les deux membres de cette égalité par  $m_0 c^2$  et en posant  $m_0 c^2 \neq 0$ ,

nous obtenons la relation :

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \quad \mathbf{(8)}$$

ou encore :

$$\mathbf{n + 1} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \mathbf{(8\ bis)}$$

En élevant au carré chacun des termes de cette égalité nous pouvons écrire :

$$\mathbf{(n + 1)^2} = \frac{1}{1-\beta^2}$$

D'où

$$\mathbf{(n + 1)^2 (1 - \beta^2) = 1}$$

Ou encore :

$$\mathbf{(n + 1)^2 - \beta^2 (n + 1)^2 = 1}$$

$$\text{On a donc : } \mathbf{\beta^2(n+1)^2 = (n+1)^2 - 1}$$

D'où on tire :

$$\mathbf{\beta^2 = \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} \quad (9)} \quad \text{ou encore } \mathbf{\beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}}$$

Ce rapport est toujours inférieur à l'unité ce qui signifie que la vitesse  $\mathbf{v}$  ne peut pas atteindre la valeur limite  $\mathbf{c}$

$$\text{On notera que la vitesse } \mathbf{v} \text{ est égale à : } \mathbf{c \frac{\sqrt{n^2 + 2n}}{n+1} \quad (9\ bis)}$$

### 2 3 CALCUL DE L'ENERGIE CINETIQUE EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

Dans le cas particulier de la mécanique classique nous aurons :

$$E_c = n m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

En divisant chacun des termes de cette égalité par  $m_0$  nous obtenons :

$$n c^2 = \frac{v^2}{2}$$

d'où :

$$\frac{v^2}{c^2} = 2n$$

exemple :

si  $v$  est égal à  $3 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ , en prenant  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  nous aurons  $\frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$  avec

$$n = 0.5 \cdot 10^{-8}$$

ce calcul peut être réalisé à partir de l'équation (6) en effet :

$$\beta^2 = \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1} = \frac{v^2}{c^2}, \text{ si } n = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ nous pouvons éliminer } n^2 \text{ au}$$

numérateur de cette fraction et éliminer  $n^2$  et  $2n$  au dénominateur il reste donc  $\frac{2n}{1}$  nous

retrouvons par conséquent  $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = 2n$

L'équation (9) est donc applicable à la mécanique classique après élimination

de quelques valeurs jugées négligeables pour le calcul. Ce procédé n'est pas acceptable en

théorie car,  $\frac{v^2}{c^2} = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1}$

La prise en compte de la totalité de ces paramètres peut être réalisée en recherchant la relation entre  $c^2$  et  $v^2$

L'équation  $\frac{v^2}{c^2} = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + 2n + 1}$  peut en effet s'écrire :

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{n(n+2)}{n(n+2)+1}$$

Dans cette égalité de deux proportions nous avons le produit des extrêmes qui est égal au produit des moyens d'où :

$$nc^2(n+2) = nv^2(n+2) + v^2$$

en divisant chacun des termes de cette égalité par  $n+2$  et en posant  $n+2 \neq 0$  ;

$n \neq -2$  ( ce qui est toujours le cas  $n$  étant supérieur ou égal à zéro), nous obtenons la

$$\text{relation : } nc^2 = nv^2 + \frac{v^2}{n+2}$$

Pour obtenir l'équation générale recherchée il suffit de multiplier chacun des termes de cette égalité par  $m_0$  d'où :

$$E_c = n m_0 c^2 = n m_0 v^2 + \frac{m_0 v^2}{n+2} \quad (10)$$

Remarques concernant cette équation :

1 Dans cette égalité nous avons à la gauche du signe égal une énergie calculée en fonction de  $c^2$  et à la droite du signe égal une énergie exprimée en fonction de  $v^2$ .

La vitesse sera par conséquent une vitesse relativiste  $\frac{v}{c}$  qui peut être calculée à partir de l'équation (9)

2 Pour des vitesses relativistes lentes , nous pouvons éliminer  $nm_0v^2$  et  $n$  au dénominateur de la relation  $\frac{m_0v^2}{n+2}$  nous retrouvons par conséquent l'équation de la mécanique classique  $E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2$ .

3 On note la présence de 2 masses inertes  $nm_0$  et une masse pesante qui se situe dans la relation  $\frac{m_0v^2}{n+2}$

4 Dans cette dernière équation (  $\frac{m_0v^2}{n+2}$  ) si  $v$  croît la masse  $m_0$  décroît.

Appelons  $m_v$  la masse pesante à la vitesse  $v$ , son énergie est égale à  $\frac{1}{2} m_v v^2$ .

nous pouvons par conséquent écrire l'égalité suivante :



$$\frac{1}{2} m_v v^2 = \frac{m_0 v^2}{n+2}$$

En divisant les 2 termes de cette égalité par  $v^2$  on obtient :

$$\frac{1}{2} m_v = \frac{m_0}{n+2}$$

$$\text{D'où } m_v = \frac{2m_0}{n+2} \quad (11)$$

l'équation (10) peut donc s'écrire :

$$E_c = nm_0 c^2 = nm_0 v^2 + \frac{1}{2} m_v v^2 \quad (12)$$

$$\text{Ou encore : } E_c = nm_0 c^2 = nm_0 v^2 + \frac{m_0 v^2}{n+2} \quad (12 \text{ bis})$$

Dans cette équation on retrouve les 2 masses inertes  $nm_0$  et la masse pesante  $m_v$ .

Pour les 2 masses inertes  $nm_0$ , l'énergie est discontinue et proportionnelle au carré de la vitesse ( $nm_0 c^2$  et  $nm_0 v^2$ ) et pour la masse pesante  $m_v$ , l'énergie est continue et égale à

$\frac{1}{2} m_v v^2$  la séparation des variables  $nm_0$  et  $m_v$  est par conséquent souhaitable leurs

propriétés physiques étant différentes.

### 3 L'ENERGIE TOTALE

#### CALCUL DE L'ENERGIE TOTALE EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

Dans l'équation (6) on note une décroissance de la masse  $m_0$  en fonction de l'énergie cinétique. La nouvelle masse  $m_v$  peut être calculée avec précision par la relation (11) :  $m_v = \frac{2m_0}{n+2}$ . La masse perdue (masse dématérialisée que nous appellerons  $m_d$ ) est égale à  $m_0 - m_v$ .

Nous aurons par conséquent :

$$m_d = m_0 - \frac{2m_0}{n+2} = \frac{m_0(n+2) - 2m_0}{n+2} = \frac{nm_0}{n+2}$$

$$m_d = \frac{nm_0}{n+2} \quad (13)$$

$m_d$  n'est pas une masse pesante car dans ce cas la relation (9) s'écrirait :

$$E_c = nm_0c^2 = nm_0v^2 + \frac{1}{2} m_0v^2$$

$m_d$  est par conséquent une masse inerte qui aura une énergie égale au produit de  $m_d$  par  $v^2$

cette énergie sera égale à :  $n \frac{m_0v^2}{n+2}$

la loi de conservation de la masse et de l'énergie introduit la notion d'énergie totale à la vitesse relativiste  $v$

L'équation représentant cette énergie totale  $E_{tv}$  de la masse  $m_0$  à la vitesse relativiste  $v$  s'écrira par conséquent :

$$E_{tv} = nm_0c^2 + n \frac{m_0v^2}{n+2} = nm_0v^2 + n \frac{m_0v^2}{n+2} + \frac{1}{2} m_0v^2 \quad (14) \text{ ou encore:}$$

$$E_{tv} = nm_0c^2 + n \frac{m_0v^2}{n+2} = nm_0v^2 + n \frac{m_0v^2}{n+2} + \frac{m_0v^2}{n+2} \quad (14 \text{ bis})$$

$n \frac{m_0 v^2}{n+2}$  peut être exprimé en fonction de  $c^2$  en effet :

$$n \frac{m_0 v^2}{n+2} = n \frac{m_0 c^2}{n+2} * \beta^2 = n \frac{m_0 c^2}{n+2} * \frac{n(n+2)}{n(n+2)+1} = n^2 \frac{m_0 c^2}{n(n+2)+1} = \frac{n^2}{(n+1)^2} m_0 c^2$$

nous avons par conséquent  $n \frac{m_0 v^2}{n+2} = \frac{n^2}{(n+1)^2} m_0 c^2$  (15)

en remplaçant  $n \frac{m_0 v^2}{n+2}$  par son égal :  $\frac{n^2}{(n+1)^2} m_0 c^2$  dans l'équation (14 bis) nous

pouvons écrire :  $E_{tv} = n m_0 c^2 + \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 m_0 c^2 = n m_0 v^2 + n \frac{m_0 v^2}{n+2} + \frac{m_0 v^2}{n+2}$  (16)

Ou encore :

$$E_{tv} = n m_0 c^2 + \left(\frac{E_C}{E_t}\right)^2 m_0 c^2 = n m_0 v^2 + n \frac{m_0 v^2}{n+2} + \frac{m_0 v^2}{n+2} \quad (17)$$

## 4 CALCUL DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

### CALCUL DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT EN FONCTION DE LA VITESSE RELATIVISTE

L'énergie totale à la vitesse  $\mathbf{v}$  représentée par l'équation (14) nous permet de calculer

La quantité de mouvement  $\mathbf{p}$

Les 2 masses  $n\mathbf{m}_0$  et  $\frac{nm_0}{n+2}$  sont des masses inertes leurs quantités de mouvement sont égales aux produits de leurs masses par la vitesse  $v$

$$\frac{2m_0}{n+2} \mathbf{v} \text{ est la dérivée de la fonction } \frac{1}{2} \mathbf{m}_v \mathbf{v}^2 = \frac{m_0 v^2}{n+2}$$

$$\text{Nous aurons par conséquent : } \mathbf{P} = n \mathbf{m}_0 \mathbf{v} + \frac{nm_0}{n+2} \mathbf{v} + \frac{2m_0}{n+2} \mathbf{v} \quad (18)$$

D'où on tire :

$$\mathbf{P} = (n+1) \mathbf{m}_0 \mathbf{v} \quad (19)$$

L'équation que nous utilisons  $\mathbf{P} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$  nous donne les mêmes résultats

$$\text{En effet il suffit de multiplier par } \mathbf{m}_0 \mathbf{v} \text{ les deux termes de l'égalité } n + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (8 \text{ bis})$$

ce qui nous donne :

$$(n+1) \mathbf{m}_0 \mathbf{v} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

L'équation (19)  $\mathbf{P} = (n+1) \mathbf{m}_0 \mathbf{v}$  peut être exprimée en fonction de  $\mathbf{c}$  Pour cela il suffit de

$$\text{remplacer } \mathbf{v} \text{ par sa valeur dans l'équation (9 bis) } \mathbf{v} = \mathbf{c} \frac{\sqrt{n^2+2n}}{n+1}$$

$$\text{nous avons en effet } \mathbf{v} (n+1) = \mathbf{c} \sqrt{n^2 + 2n}$$

En multipliant chacun des termes de cette égalité par  $\mathbf{m}_0$  nous obtenons la relation :

$$P = (n+1) m_0 v = m_0 c \sqrt{n^2 + 2n} \quad (20)$$

## 5 COMMENTAIRES CONCERNANT LES MASSES $m_v$ et

$m_d$

Les masses  $m_v$  et  $m_d$  peuvent être calculées à partir des relations (11) et (13)

$$m_v = \frac{2m_0}{n+2} \quad (11)$$

$$m_d = \frac{nm_0}{n+2} \quad (13)$$

Ces deux masses sont présentes dans l'équation (16)

L'énergie totale  $E_{tv}$  à la vitesse  $V$  est en effet égale à :  $nm_0v^2 + n \frac{m_0v^2}{n+2} + \frac{m_0v^2}{n+2}$

Dans cette équation l'énergie de la masse inerte  $m_d$  est égale à :  $n \frac{m_0v^2}{n+2}$

et l'énergie de la masse pesante  $m_v$  est égale à :  $\frac{m_0v^2}{n+2}$

Les deux masses varient en fonction du niveau de l'énergie de la masse  $m_0$  qui est représentée par  $n$

Pour une énergie nulle  $n = 0$  la masse  $m_v$  est au repos et égale à :  $\frac{2m_0}{2} = m_0$

et la masse  $m_d = 0$

Pour une énergie qui tend vers l'infini la masse  $m_v$  tend vers 0 et la masse  $m_d$  tend vers  $m_0$

Ces deux masses peuvent être calculées en fonction de  $\beta^2$

Nous avons en effet :  $n + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  (8 bis)

Ou encore :  $n = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 = \frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$  en remplaçant  $n$  par sa valeur nous obtenons :

$$\text{pour } m_v = \frac{2m_0}{n+2} \quad m_v = 2m_0 / 2 + \frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2m_0 / \frac{2\sqrt{1-\beta^2}+1-\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

d'où on tire :

$$\mathbf{m}_v = \frac{2m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} \quad (21)$$

pour  $\mathbf{m}_d$  nous aurons :

$$\mathbf{m}_d = \mathbf{m}_0 - \mathbf{m}_v$$

$$\mathbf{m}_d = \mathbf{m}_0 - \frac{2m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\mathbf{m}_d = \frac{m_0 + m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{2m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\mathbf{m}_d = \frac{m_0 - m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} \quad (22)$$

les équations  $\mathbf{m}_v$  et  $\mathbf{m}_d$  sont très intéressantes elles sont exprimées en fonction de  $\mathbf{m}_0$  et de

$\beta^2$  cette présentation va nous permettre de calculer  $\mathbf{m}_v$  et  $\mathbf{m}_d$  en donnant à  $\mathbf{v}$  les valeurs

extrêmes  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{v} = \mathbf{c}$

$$\text{Pour } \mathbf{m}_v \text{ nous avons } \mathbf{m}_v = \frac{2m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} \quad (21)$$

$$\text{Si } \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \beta^2 = 0 \quad \mathbf{m}_v = \frac{2m_0}{2} = \mathbf{m}_0$$

$$\text{Si } \mathbf{v} = \mathbf{c} \quad \beta^2 = 1 \quad \mathbf{m}_v = \frac{0}{1} = \mathbf{0}$$

$$\text{Pour } \mathbf{m}_d \text{ nous avons } \mathbf{m}_d = \frac{m_0 - m_0\sqrt{1-\beta^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} \quad (22)$$

$$\text{Si } \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \beta^2 = 0 \quad \mathbf{m}_d = \frac{0}{1} = \mathbf{0}$$

$$\text{Si } \mathbf{v} = \mathbf{c} \quad \beta^2 = 1 \quad \mathbf{m}_d = \frac{m_0}{1} = \mathbf{m}_0$$

Dans la réalité  $\beta^2$  est toujours inférieur à 1 pour les valeurs de  $\mathbf{v}$  très proches de la limite  $\mathbf{c}$

$\mathbf{m}_v$  va tendre vers zéro et  $\mathbf{m}_d$  va tendre vers  $\mathbf{m}_0$

en résumé :

si  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$   $\mathbf{m}_v = \mathbf{m}_0$  et  $\mathbf{m}_d = \mathbf{0}$  l'énergie des deux masses est nulle

si  $\mathbf{v} = \mathbf{c}$   $\mathbf{m}_v = \mathbf{0}$  et  $\mathbf{m}_d = \mathbf{m}_0$  l'énergie de  $\mathbf{m}_v$  est nulle et l'énergie de  $\mathbf{m}_d = \mathbf{m}_0 c^2$

On notera que pour  $\mathbf{v} = \mathbf{c}$  l'énergie de la masse  $\mathbf{m}_0$  est égale à  $\mathbf{m}_0 c^2$  pour  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$  l'énergie de cette masse est nulle

*Cette remarque concerne la réciproque de la relation  $E = \mathbf{m}_0 c^2$ . Je démontre en effet que le fait d'attribuer à une masse  $\mathbf{m}_0$  au repos une énergie égale à  $\mathbf{m}_0 c^2$  est une erreur. La masse pesante au repos a une énergie nulle. En fonction de l'énergie cinétique, cette masse pesante va se transformer progressivement en masse inerte avec une énergie qui va tendre vers  $\mathbf{m}_0 c^2$ .*

Vous trouverez en **annexe 1** le tableau représentant les variations des masses  $\mathbf{m}_v$

et  $\mathbf{m}_d$  en fonction de la vitesse relativiste  $\frac{v}{c}$  et de l'énergie cinétique  $E_c$  exprimée en multiples de  $\mathbf{m}_0 c^2$ .

L'annexe 2 représente les variations de  $\mathbf{m}_v$  et de  $\mathbf{m}_d$  en fonction de l'énergie d'une masse  $\mathbf{m}_0$ .

Ces courbes mettent en évidence un point commun qui a pour abscisse  $2 \mathbf{m}_0 c^2$

Pour une énergie cinétique égale à  $2 \mathbf{m}_0 c^2$  les masses  $\mathbf{m}_v$  et  $\mathbf{m}_d$  sont égales à  $\frac{m_0}{2}$  il en est de même pour les quantités de mouvement :  $\frac{1}{2} \mathbf{m}_0 \mathbf{v}$  pour  $\mathbf{m}_v$  et  $\mathbf{m}_d$

Ces deux égalités pourraient expliquer les phénomènes de formation de paires de particules.

Pour des énergies cinétiques comprises entre  $0$  et  $2 \mathbf{m}_0 c^2$  la masse pesante  $\mathbf{m}_v$  est supérieure à la masse inerte  $\mathbf{m}_d$

à l'inverse pour des énergies cinétiques supérieures à  $2 \mathbf{m}_0 c^2$  ce sont les masses inertes  $\mathbf{m}_d$  qui sont supérieures aux masses pesantes  $\mathbf{m}_v$



Connaissant la masse  $m_0$  de la particule et son énergie cinétique il est possible de calculer les masses  $m_v$  et  $m_d$  en utilisant les équations (11) et (13)

la croissance de l'énergie permet de remonter le temps et de connaître par conséquent l'évolution de l'état des particules. Cette nouveauté intéressera en particulier les astrophysiciens et les physiciens utilisant les accélérateurs de particules.

L'annexe 3 représente les variations des masses  $m_v$  et  $m_d$  en fonction de la vitesse

relativiste  $\frac{v}{c}$  ces courbes mettent en évidence un point commun pour  $\frac{v}{c} = 0.942809042$

à ce point nous avons  $m_v = m_d = m_0/2$  ce qui correspond à une énergie égale à  $2 m_0 c^2$

pour  $E_c = 2 m_0 c^2$  nous avons  $\beta^2 = 8/9$  d'où  $v/c = 2 \sqrt{2} / 3 = 0.942809042$

## 6 APPLICATIONS

### 6 1 RAPPELS

$$\text{L'énergie totale } E_{tv} = E_c + \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 m_0 c^2 = n m_0 v^2 + n \frac{m_0 v^2}{n+2} + \frac{m_0 v^2}{n+2} \quad (16)$$

$$\text{L'énergie cinétique } E_c = nm_0c^2 = nm_0v^2 + \frac{m_0v^2}{n+2} \quad (12 \text{ bis})$$

Pour passer de l'énergie totale  $E_{tv}$  à l'énergie cinétique  $E_c$  il suffit de soustraire l'énergie

de la masse  $m_d$  aux deux termes de l'égalité (16) :  $\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 m_0 c^2$  à gauche du signe égal et  $\frac{m_0v^2}{n+2}$  à droite du signe égal ( $n \frac{m_0v^2}{n+2} = \frac{n^2}{(n+1)^2} m_0c^2$  (15))

le même procédé est utilisé en mécanique relativiste, nous avons en effet :

$$E_c + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (3)$$

Pour une vitesse égale à  $C$  l'énergie de  $m_d$  est égale à  $m_0C^2$  en retranchant cette énergie aux deux termes de l'égalité (3) nous obtenons la relation bien connue :

$$E_c = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2$$

Dans les équations représentant les énergies  $E_{tv}$  et  $E_c$  nous avons :

$$m_v = \frac{2m_0}{n+2} \quad (11) \quad \text{et}$$

$$m_d = \frac{nm_0}{n+2} \quad (13)$$

Dans ce chapitre concernant les applications nous utiliserons également les équations permettant d'accéder aux calculs suivants :

$$\text{le rapport } \beta^2 = \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} \quad (9) \quad \text{ou encore } \beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}$$

$$\text{la quantité de mouvement } P = (n+1) m_0 v \quad (19)$$

le niveau de l'énergie de la masse  $m_0$  est représenté par le paramètre  $n$  tiré de l'équation

$$E_c = n m_0 c^2 \quad (7)$$

## 6 2 CAS DE LA MECANIQUE CLASSIQUE

Cette mécanique concerne les vitesses lentes par rapport à la vitesse limite **C** elle intéresse en particulier l'astronomie

Prenons comme exemple une vitesse égale à **30 km S<sup>-1</sup>**

Nous avons **V = 3\*10<sup>4</sup> m S<sup>-1</sup>** et en prenant **C = 3\*10<sup>8</sup> m S<sup>-1</sup>** nous aurons  $\frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$

Pour une masse égale à **m<sub>0</sub>** l'énergie cinétique est égale à **m<sub>0</sub>\*(3\* 10<sup>4</sup>)<sup>2</sup> / 2 joules**

$$m_0 c^2 = m_0 * 9 * 10^{16} \text{ joules}$$

$$n = 4.5 * 10^8 / 9 * 10^{16} = 0.5 * 10^{-8}$$

$$\text{La masse pesante } m_v = 2m_0 / 2 + 0.5 * 10^{-8} \quad m_v = m_0$$

$$\text{La masse inerte } m_d = 0.5 * 10^{-8} m_0 / 2 + 0.5 * 10^{-8} \quad m_d = 0.25 * 10^{-8} m_0$$

$$\text{La masse inerte } n m_0 = 0.5 * 10^{-8} m_0$$

Dans l'équation (16) les deux masses inertes **m<sub>d</sub>** et **n m<sub>0</sub>** sont négligeables par rapport à la masse pesante **m<sub>v</sub>** qui est très proche de **m<sub>0</sub>**.

Nous retrouvons par conséquent l'équation de la mécanique classique **E<sub>c</sub> =  $\frac{1}{2}$  m<sub>0</sub> v<sup>2</sup> (1)**.

Le calcul de la quantité de mouvement nous est donné par la relation **P = (n+1) m<sub>0</sub> v (19)**

Cette quantité de mouvement sera égale à : **(1+ 0.5\*10<sup>-8</sup>) m<sub>0</sub> v = m<sub>0</sub> v**

## 6 3 CAS DE LA MECANIQUE RELATIVISTE

Cette application concerne plus particulièrement les astrophysiciens et les physiciens qui utilisent les accélérateurs de particules.

Connaissant la valeur de **n** pour une masse **m<sub>0</sub>**, nous avons la possibilité de calculer :

la vitesse relativiste, les masses **m<sub>d</sub>** et **m<sub>v</sub>** et leurs énergies respectives.

Exemple :

Dans le cas d'un électron soumis à une énergie de **100 MeV** nous aurons :

$$n = 100 / 0.511 = 195.7$$

$$(n + 1)^2 = 38690.89$$

$$\beta^2 = 0.9999741$$

$$\beta = 0.999987$$

$$v = 0.999987.C$$

$$m_v = 2m_0 / 2+195.7 = 0.01012 m_0 \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad m_v = 9.22 \cdot 10^{-33} \text{ kg}$$

$$m_d = 195.7 m_0 / 2+195.7 = 0.98988 m_0 \quad m_d = 9.02 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{l'énergie de } m_v = 0.01012 m_0 \cdot 0.9999741 C^2 / 2 = 5.06 \cdot 10^{-3} m_0 c^2$$

$$\text{l'énergie de } m_d = 0.98988 m_0 \cdot 0.9999741 C^2 = 0.98985 m_0 c^2$$

on notera que pour  $n = 195.7$  l'énergie de  $m_d$  est proche de sa valeur limite ( $m_0 c^2$ )

la quantité de mouvement  $P = (n+1) m_0 v$  (19)

## 6 4 CAS DE LA MECANIQUE QUANTIQUE

### 6 4 1 CALCUL DES VITESSES PROCHES DE LA VITESSE LIMITE C

La relation  $E = hv$  (4) concerne le rayonnement électromagnétique la vitesse est fixée à la valeur limite  $C$  et la masse pesante est nulle.

Dans l'équation  $E_{tv} = nm_0 v^2 + n \frac{m_0 v^2}{n+2} + \frac{m_0 v^2}{n+2}$  (16) la masse pesante  $m_v$  ne peut pas être

nulle, la vitesse de la particule étant toujours inférieure à la vitesse limite  $C$ .

Nous allons par conséquent appliquer l'équation (16) au cas particulier du rayonnement électromagnétique.

Dans cette relation si la vitesse  $v$  tend vers  $C$  :

La masse  $m_v$  et son énergie  $\frac{m_0 v^2}{n+2}$  tendent vers zéro

La masse  $m_d \cong m_0$  et son énergie  $\cong m_0 c^2$

L'énergie du photon peut donc être exprimée par la relation :

$$E_t = n m_0 c^2 + m_0 c^2$$

Cette équation peut être obtenue à partir de la relation de De Broglie appliquée au photon

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$mv = (n+1)m_0v$$

$$\text{d'où } \lambda = \frac{h}{(n+1)m_0v}$$

pour  $v = c$  nous aurons :

$$\lambda = \frac{h}{(n+1)m_0c}$$

$$\text{or : } \lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$\text{donc } \frac{c}{\nu} = \frac{h}{(n+1)m_0c} \quad \text{d'où :}$$

$$h\nu = (n+1) m_0 c^2 = n m_0 c^2 + m_0 c^2$$

pour des valeurs élevées de  $n$  cette expression peut se réduire à :

$$h\nu = n m_0 c^2$$

$\nu$  a la dimension de l'inverse d'un temps et  $h$  la dimension d'une action,  $n$  est un nombre sans dimension

si nous donnons à  $\nu$  et à  $n$  les mêmes valeurs numériques  $n1$  ces deux relations conduisent

aux mêmes résultats nous aurons en effet :

$$\text{pour } h\nu : \quad n1 T^{-1} * M L^2 T^{-1} = n1 * M L^2 T^{-2}$$

$$\text{pour } n m_0 c^2 : \quad n1 * M L^2 T^{-2}$$

pour la suite de cette étude nous allons éliminer la notion de temps et opter pour la seconde solution. Ce choix va nous permettre d'avoir une approche assez précise de la vitesse du photon. Cette vitesse ne sera pas exprimée par une fraction de la constante  $C$  mais par l'écart relatif entre la constante  $C$  et la vitesse relativiste du photon.

Appelons  $\delta C$  cet écart

La vitesse est égale à  $\mathbf{c} - \delta c = \mathbf{c} (1 - \delta)$

Or  $\beta = (1 - \delta)$

$$\beta^2 = (1 - \delta)^2 = 1 - 2\delta + \delta^2$$

La valeur de  $\delta^2$  est négligeable par rapport à  $\mathbf{1}$  et à  $\mathbf{2\delta}$  (nous verrons par la suite que pour

Une fréquence égale à  $10^{14}$  Hz  $\delta$  est de l'ordre de  $\mathbf{10^{-28}}$  et  $\delta^2$  de l'ordre de  $\mathbf{10^{-56}}$  nous pouvons

Par conséquent écrire :  $\beta^2 = 1 - 2\delta$  (23)

$$\text{Or : } \mathbf{n + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\mathbf{8 \text{ bis}})$$

$$\text{Ou } (\mathbf{n + 1})^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

En remplaçant  $\beta^2$  par son égal  $\mathbf{1 - 2\delta}$  (équation (23)) nous obtenons :

$$(\mathbf{n + 1})^2 = \frac{1}{2\delta} \quad (\mathbf{24})$$

$$(\mathbf{n + 1})^2 = \mathbf{n^2 + 2n + 1}$$

Dans le cas du rayonnement visible  $\mathbf{n}$  est de l'ordre de  $\mathbf{10^{14}}$ ,  $\mathbf{2n}$  et  $\mathbf{1}$  sont donc négligeables par rapport à  $\mathbf{n^2}$  nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{n^2} = \frac{1}{2\delta} \quad \text{ou} \quad \delta = \frac{1}{2\mathbf{n^2}} \quad (\mathbf{25})$$

exemple pour  $\mathbf{n = 10^{14}}$ ,  $\mathbf{n^2 = 10^{28}}$  ( $\mathbf{2 * 10^{14}}$  et  $\mathbf{1}$  sont bien des grandeurs négligeables par rapport à  $\mathbf{10^{28}}$

$$\delta = \frac{1}{2\mathbf{n^2}} = \frac{1}{2 * 10^{28}} = \mathbf{0.5 * 10^{-28}}$$

$$\delta_v = \mathbf{0.5 * 10^{-28} * 3 * 10^8 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\delta_v = \mathbf{1.5 * 10^{-20} \text{ ms}^{-1}}$$

La vitesse  $\mathbf{V}$  est donc égale à  $\mathbf{3 * 10^8 \text{ ms}^{-1} - 1.5 * 10^{-20} \text{ ms}^{-1}}$

Pour apprécier ce faible écart nous allons imaginer une expérience pratiquement irréalisable

mais mathématiquement possible.

Soient deux rayons lumineux situés aux limites de la partie visible du spectre de la lumière  
( le rouge et le violet )

Pour le rouge nous allons prendre une fréquence  $\nu_r = n_r = 4 \cdot 10^{14}$  pour le violet

$$\nu_v = n_v = 7 \cdot 10^{14}$$

les  $\delta$  respectifs de ces deux rayons sont

$$\delta_r = 1/2n_r^2 = 1/2 \cdot 16 \cdot 10^{28} = 3.13 \cdot 10^{-30}$$

$$\delta_v = 1/2n_v^2 = 1/2 \cdot 49 \cdot 10^{28} = 1.02 \cdot 10^{-30}$$

Ces  $\delta$  calculés en vitesses nous donneront :

$$V_r = C - 3.13 \cdot 10^{-30} C$$

$$V_v = C - 1.02 \cdot 10^{-30} C$$

La différence entre ces deux vitesses est donc égale à :

$$V_v - V_r = (C - 1.02 \cdot 10^{-30} C) - (C - 3.13 \cdot 10^{-30} C)$$

$$V_v - V_r = 3.13 \cdot 10^{-30} C - 1.02 \cdot 10^{-30} C = 2.11 \cdot 10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$$

$$V_v - V_r = 6.33 \cdot 10^{-22} \text{ms}^{-1}$$

L'expérience prévue va consister à fixer à nos deux photons un temps de parcours dans

l'espace égal à l'âge de notre univers soit **14** milliards d'année

traduit en secondes ce temps est égal à  $14 \cdot 10^9 \cdot 3.16 \cdot 10^7$  secondes soit :

$$\mathbf{0.442 \cdot 10^{18} \text{secondes}}$$

Après ce long parcours dans l'espace à une vitesse très voisine de la limite **C** nos deux

photons seront séparés de  $6.33 \cdot 10^{-22} \cdot 0.442 \cdot 10^{18} = 2.8 \cdot 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0.28 \text{ mm}}$

Dans nos calculs nous pouvons par conséquent admettre que la vitesse de la lumière est égale à la constante **C**.

Sur le plan purement théorique la vitesse de la lumière n'est pas égale à **C**, la lumière est composée d'un ensemble de photons, chaque photon ayant une vitesse **V** inférieure à **C**.

Cette vitesse **V** est la même dans tous les référentiels en mouvement rectiligne uniforme

Les uns par rapport aux autres.

#### **6 4 2 CALCUL DE LA VITESSE DE FUITE DES GALAXIES**

Pour réaliser ce calcul nous allons utiliser la formule d'addition des vitesses relativistes qui s'écrit :

$$v_t = \frac{v_0 + v_g}{1 + v_0 * v_g} \quad (26)$$

Dans cette relation  $v_0$ ,  $v_g$  et  $v_t$  sont exprimés en fraction de la constante  $C$ , cette fraction est

égale à  $v_t$  pour la vitesse du photon dans le repère terrestre  $v_0$  pour la vitesse du même photon

dans le repère de la galaxie et  $v_g$  pour la vitesse de déplacement de la terre par rapport à la galaxie

(vitesse radiale).

A partir de l'équation (26) nous pouvons calculer  $v_g$

$$v_0 + v_g = v_t (1 + v_0 * v_g)$$

$$v_0 + v_g = v_t + v_t * v_0 * v_g$$

$$v_0 - v_t = (v_t * v_0 * v_g) - v_g$$

$$v_0 - v_t = v_g (v_t * v_0 - 1)$$

$$v_g = \frac{v_0 - v_t}{(v_t * v_0) - 1} \quad (27)$$

D'après la relation  $\beta = (1 - \delta)$

Pour  $v_t$

Nous aurons :  $v_t = 1 - \delta_t$

Et pour  $v_0$

Nous aurons :  $v_0 = 1 - \delta_0$



En remplaçant dans l'équation (27)  $\mathcal{V}_t$  et  $\mathcal{V}_0$  Par leurs nouvelles valeurs nous aurons :

$$\mathcal{V}_g = \frac{(1-\delta_0)-(1-\delta_t)}{((1-\delta_t)(1-\delta_0))-1}$$

$$\mathcal{V}_g = \frac{\delta_t - \delta_0}{1 - (1 - \delta_0 - \delta_t + \delta_t * \delta_0)}$$

$\delta_t * \delta_0$  est négligeable par rapport à 1,  $\delta_t$  et  $\delta_0$

$$\text{d'où : } \mathcal{V}_g = \frac{\delta_t - \delta_0}{\delta_0 + \delta_t} \quad (28)$$

Nous pouvons calculer  $\mathcal{V}_g$  en utilisant la relation  $\delta = \frac{1}{2n^2}$  (25)

Appelons  $n_0$  la fréquence correspondante à  $\delta_0$  et  $n_t$  celle correspondante à  $\delta_t$

nous aurons donc :  $\delta_0 = \frac{1}{2n_0^2}$  et  $\delta_t = \frac{1}{2n_t^2}$

En remplaçant  $\delta_0$  et  $\delta_t$  par leurs nouvelles valeurs dans l'équation (28) nous pouvons écrire :

$$\mathcal{V}_g = \frac{\frac{1}{2n_t^2} - \frac{1}{2n_0^2}}{\frac{1}{2n_0^2} + \frac{1}{2n_t^2}} = \frac{\frac{2n_0^2 - 2n_t^2}{4n_t^2 * n_0^2}}{\frac{2n_t^2 + 2n_0^2}{4n_0^2 * n_t^2}} = \frac{n_0^2 - n_t^2}{n_t^2 + n_0^2}$$

La vitesse radiale  $\mathbf{V}_r$  est égale au produit de  $\mathbf{C}$  par  $\mathcal{V}_g$

Nous aurons par conséquent :

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{C} \frac{n_0^2 - n_t^2}{n_t^2 + n_0^2} \quad (29)$$

Les astrophysiciens calculent les vitesses radiales des galaxies à partir du décalage des longueurs

d'ondes des raies (effet DOPPLER – FIZEAU). Le déplacement des raies a lieu vers les courtes

longueurs d'ondes si la source se rapproche de l'observateur et vers les grandes longueurs d'ondes

pour un éloignement. Il se caractérise par un déplacement relatif  $\mathbf{Z} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$  constant pour

toutes

les raies d'une même source.

La variation de fréquence est liée à la vitesse radiale par la relation :

$$n_t = n_0 \sqrt{\frac{1-v_g}{1+v_g}} \quad (30)$$

Cette équation peut s'écrire :

$$n_t^2 = n_0^2 \frac{1-v_g}{1+v_g}$$

$$\text{D'où : } \frac{n_t^2}{n_0^2} = \frac{1-v_g}{1+v_g}$$

$$\text{Avec : } n_t^2 (1 + v_g) = n_0^2 (1 - v_g)$$

$$n_t^2 + n_t^2 v_g = n_0^2 - n_0^2 v_g$$

$$n_0^2 - n_t^2 = n_0^2 v_g + n_t^2 v_g$$

$$\text{D'où : } v_g = \frac{n_0^2 - n_t^2}{n_0^2 + n_t^2} \quad (31)$$

$$\text{Avec } \mathbf{V}_r = \mathbf{C} \frac{n_0^2 - n_t^2}{n_0^2 + n_t^2}$$

Nous retrouvons ici la même équation que celle obtenue par la méthode d'addition des vitesses relativistes (équation **(29)**).

Connaissant les valeurs de  $n_0$  et  $n_t$ , nous pouvons en déduire si nous sommes en présence d'un éloignement  $n_0 > n_t$  ou d'un rapprochement  $n_0 < n_t$ .

## 7 CONCLUSIONS

L'équation **(17)** qui unifie les trois théories de la physique contemporaine est conforme aux prédictions de LOUIS DE BROGLIE, on retrouve en effet :

- une masse propre variable
- une thermodynamique cachée
- une onde physique classique associée à une onde physique réelle transportant une masse décroissante localisable dans l'espace au cours du temps.

La transformation de la masse pesante en masse inerte peut être considérée comme un changement d'état de la particule élémentaire, la composition des deux phases variant en fonction de l'énergie. La thermodynamique cachée correspond au changement d'état de la particule. Cette nouveauté intéressera en particulier les astrophysiciens en effet, pour une énergie donnée on peut calculer avec précision l'état des particules et son évolution dans le temps.